

# Emissão de Radiação de uma partícula carregada em um campo gravitacional

---

Rogério Augusto Capobianco

19 de junho de 2018

Universidade de São Paulo

1. Introdução
2. O PE e a construção da RG
3. Partículas aceleradas e radiação
4. O aparente paradoxo
5. Partícula Carregada em um Campo Gravitacional Homogêneo
6. Conclusões
7. Referências

# Introdução

---

O aparente desacordo entre a Eletrodinâmica Clássica (EC) e o Princípio da Equivalência (PE), o qual constitui um dos pilares da Relatividade Geral (RG) foi vastamente discutido no século passado, em dois principais aspectos:

1. A radiação emitida por uma partícula em queda livre na presença de um campo gravitacional,
2. A radiação emitida por uma partícula mantida em repouso em um campo gravitacional.

Na EC a potência irradiada por uma partícula acelerada é dada pela fórmula de Larmor, e esperamos observar radiação sempre que uma partícula é acelerada. Portanto, segundo a EC, observaremos radiação na situação (1) e não na situação (2).

Considerando o PE, o *referencial inercial* deve ser substituído por uma partícula em queda livre. Portanto, segundo o PE, observaremos radiação na situação (2), e não na situação (1).

## O PE e a construção da RG

---

# O PE e a construção da RG

Desde o século XVI sabemos da igualdade das massas inercial e gravitacional na mecânica clássica.

Na RG essa igualdade é um resultado imediato do PE, a saber:

*"Todas as leis da natureza são idênticas em um referencial inercial na presença de um campo gravitacional homogêneo, caracterizado por uma aceleração gravitacional  $g$ , e um referencial acelerado por  $a_{\text{boost}} = -g$  em uma região do espaço livre de campo gravitacional".*

O PE foi postulado por Einstein, e é um dos pilares da RG.

## O PE e a construção da RG

Um resultado imediato do PE é que para que descrevamos a mesma física devemos substituir o *referencial inercial* da Mecânica Clássica, por um referencial em queda livre em um campo homogêneo na RG.

Um espaço (-tempo) curvo é caracterizado por um tensor métrico,  $g_{\mu\nu}$  e um conjunto de geodésicas.

Os campos eletromagnéticos gerados por partículas em movimento serão descritos pelas propriedades do espaço-tempo.

Na RG a condição para a existência de radiação é que derivada covariante da quadri-aceleração não se anule.

# Partículas aceleradas e radiação

---

## Partículas aceleradas e radiação

Como um resultado das equações de Maxwell temos que a potencia irradiada por uma partícula acelerada é dada pela fórmula de Larmor:

$$P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q^2}{3c^3 m^2} \dot{\vec{p}} \cdot \dot{\vec{p}} \quad (1)$$

cuja generalização para a velocidades relativísticas é:

$$P = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q^2}{3c^3 m^2} \frac{dp_\mu}{d\tau} \frac{dp^\mu}{d\tau} \quad (2)$$

Onde  $p^\mu$  é o quadri-momento, e  $\tau$  é o tempo próprio.

## Partículas aceleradas e radiação

Ambas as relações apresentadas anteriormente são válidas em referenciais inerciais.

Vale notar que a fórmula de Larmor é proporcional à aceleração, o que nos sugere a pensar na potência de radiação como um fenômeno relativo. Tal interpretação nos leva a contradições, uma vez que os campos carregam consigo energia e momento. Se a energia carregada pela radiação for absorvida por algum sistema, qualquer observador deve observar o fluxo de energia.

# O aparente paradoxo

---

## O aparente paradoxo

Imaginemos duas partículas idênticas, A e B, carregadas. A é mantida em repouso em um campo gravitacional homogêneo, enquanto B cai em queda livre no mesmo campo.

De acordo com a EC, devemos observar radiação proveniente do movimento da partícula B sendo acelerada por  $-g$ , enquanto que não devemos observar radiação emitida por A, que está com aceleração relativa nula.

De acordo com o PE, devemos observar radiação proveniente da partícula A, pois devemos substituir o *referencial inercial* por um referencial sendo acelerado por  $a_{boost} = -g$  em uma região livre de forças gravitacionais. E não devemos observar radiação proveniente de B, pois a aceleração total sobre a partícula é nula.

## O aparente paradoxo

Tal desacordo entre a fórmula de Larmor e o EP caracteriza o paradoxo, e em situações sem o acordo de teóricos, esperamos que a física experimental "bata o martelo".

Porém a realização de um experimento para detecção direta da radiação é impossível. Consideremos um arranjo experimental para detectar a radiação proveniente de uma nuvem de elétrons que cai em queda livre na superfície terrestre, a potencia irradiada segundo a fórmula de Larmor será dada por:

$$P = N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2 g^2}{3c^3} \approx N \cdot 5.5 \cdot 10^{-52} W. \quad (3)$$

## O aparente paradoxo

Supondo que possamos medir potencias da ordem de pW, precisaremos de uma carga total de  $10^{40} \cdot e$ , ao mesmo tempo em que garantíssimos que o experimento fosse realizado em condições onde a nuvem de elétrons cai somente pela ação da gravidade, e não pela atração eletrônica com a terra.

Podemos, então, procurar por cargas caindo em queda livre em algum lugar do universo, onde temos campos gravitacionais muito mais fortes que o terrestre, mas tais observações deveriam garantir que a partícula cai somente pela ação do campo gravitacional, e não de qualquer outra força.

Experimentação direta não parece plausível para tal situação, mas podemos buscar por evidências indiretas em sistemas físicos conhecidos.

## O aparente paradoxo

Consideremos um acelerador Síncroton. Nos anéis de armazenamento ("*storage rings*") a partícula sente uma aceleração centrípeta que é precisamente balanceada pela força de Lorentz, de forma que a partícula não sente sua massa, tal qual astronautas na Estação Espacial Internacional. Todavia, se a aceleração total sobre a partícula é nula, como observamos radiação síncroton?

A resposta é que, por mais que a partícula não sinta aceleração do movimento circular, seus campos eletromagnéticos sentem. Os campos eletromagnéticos são grandezas físicas independentes, e suas características físicas serão determinadas pelo espaço-tempo onde são criados.

Quando uma partícula carregada é acelerada por uma fonte externa, não gravitacional, os campos eletromagnéticos não sentem tal força, e assim existe uma aceleração relativa entre a partícula e seus campos.

# **Partícula Carregada em um Campo Gravitacional Homogêneo**

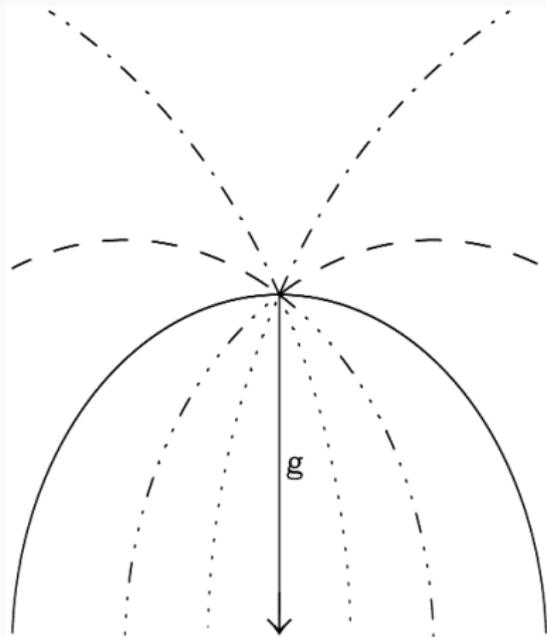
---

## Partícula carregada em um campo gravitacional homogêneo

O campo elétrico de uma partícula mantida em repouso em um campo gravitacional parece estático, mas não é. O campo elétrico é uma grandeza física independente, e seu comportamento dependerá das propriedades do espaço-tempo onde é criado. Na presença de gravidade, ié, de um espaço tempo curvo o campo eletromagnético gerado pela partícula também será curvo.

Para deixarmos uma partícula em repouso em um campo gravitacional devemos exercer sobre ela uma força contrária à gravitacional, de tal forma que a aceleração resultante sobre a partícula se anule. Porém, quando atuamos uma força não gravitacional sobre uma partícula, ela não age sobre os campos, e estes caem em queda livre pelo campo gravitacional, existindo, então, uma aceleração relativa entre a partícula e seu campo eletromagnético.

# Partícula carregada em um campo gravitacional homogêneo



**Figura 1:** Campo elétrico de uma partícula em um campo gravitacional homogêneo. Extraído de [1]

# Conclusões

---

Concluimos que a emissão de radiação por uma partícula carregada em um campo gravitacional homogêneo está em perfeito acordo com o PE, assim, uma partícula mantida em repouso em um campo gravitacional externo irá irradiar, uma vez que a força não gravitacional que atua na partícula e anula sua aceleração não atua em seus campos, que caem em queda livre no campo gravitacional homogêneo.

O aparente desacordo entre a fórmula de Larmor e o PE é gerado por uma confusão de conceitos, onde a aceleração presente na fórmula de Larmor deve ser entendida como a aceleração relativa entre a partícula e seu campo eletromagnético, e não a aceleração relativa entre a partícula e o observador.

Obrigado.

## Referências

---

-  Harpaz, A., Soker N.: Radiation from a Charge in a Gravitational Field,
-  Gründler, G.: Eletrical charges in gravitational fields and Einstein's equivalence principle, arXiv: 150908757
-  Fulton, T., Rohrlich, F.: Classical Radiation from a Uniformly Accelerated Charge
-  GrØn, Ø: Eletrodynamics of Radiating Charges, Adv. Math. Phys. **2012** 29pp (2012), <http://dx.doi.org/10.1155/2012/528631>